

丘成桐先生的学术之道

——学术牛人是这样炼成的

摘要：丘成桐是当代数学和理论物理大师，曾获菲尔兹奖和沃尔夫奖。本文重点通过对丘先生杰出贡献背后的求学、治学经历的考察，总结出了学术研究方面的一些有益启示。同时通过对丘先生人生轨迹的了解，从治学之道和为人之道两个方面展现了他的学术之道。

一、引言

诺贝尔物理学奖得主杨振宁曾说：“丘成桐教授是当今世界上的领袖数学家。他对数学和物理学都做出了第一流的，持久的贡献，在顶尖数学家中独树一帜。”^①从这段话中可以依稀领略到丘成桐先生非凡的学术成就。本文就以丘先生的治学经历为主线，结合对人生经历的整体把握，感受大师的魅力，并试图体察其深邃的思想，领略其学术之道。

二、丘成桐的生平与杰出成就

（一）生平简介

丘成桐，原籍中国广东蕉岭，1949年4月4日生于广东汕头，后全家移居中国香港。早年父亲去世，家境清贫，母亲克服种种困难供其上学。在香港培正中学就读时勤奋钻研数学，成绩优异。1966年入香港中文大学崇基学院数学系，1969年提前修完四年课程，为美国加利福尼亚大学伯克利分校陈省身教授所器重，破格录取为研究生。在陈省身教授的指导下，两年后即提前获得博士学位。现为哈佛大学 William Casper Graustein 数学讲座教授，也是美国科学院院士，中国科学院与俄罗斯科学院外籍院士。自1983年起，先后担任复旦大学、杭州大学、清华大学等知名大学的名誉教授至今^②。

（二）获奖与荣誉

丘成桐年仅33岁便因“证明了正质量猜想和卡拉比猜想，以及在偏微分方程领域的其他贡献”获得了代表数学界最高荣誉的 Fields 奖（1982），此前他已经先后收获 Sloan 研究奖（1975-1976）、John Simon Guggenheim 奖（1980）、美国数学会 Veblen 奖（1981）、美国

^①刘克峰，季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江：浙江大学出版社，2006：123.

^②刘克峰，季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江：浙江大学出版社，2006：1.

科学院 Carty 奖(1981)等多个奖项。此后,又依次获得 MacArthur 奖(1985)、德国 Humboldt 奖(1991)、瑞典皇家科学院 Crafoord 奖(1994),更是在 2010 年因“在几何分析方面的贡献,以及对几何和物理的许多领域产生的深远而引人注目的影响”获得了有着数学终身成就奖之称的 Wolf 奖。

(三) 杰出成就

丘成桐的研究涉及以数学、计算机科学、通讯学、工程学、力学为代表的多个学科。他开创了流行上非线性微分方程的系统与整体即“整体微分几何”的研究,发展了强有力的偏微分方程技巧,解决了代数几何、微分几何、群作用与数学物理中的许多重要难题。并且,这种将分析与几何融合起来的思想对许多数学领域都产生了巨大影响^①。美国纽约大学的著名数学家 Nirenberg 这样介绍他:“丘的工作涵盖了整体微分几何的全部,展现了强有力的技巧、深度与广度,也展现了丘的勇气与视野。”^②

三、丘先生的求学之路

这一节着重于展现丘成桐的求学经历,大致为从小学至进入伯克利大学初期这一个时间段。下面从兴趣与求知欲、广泛的阅读——融会贯通的基础、深入的阅读——提出问题的能力和全神贯注的努力四个角度,以丘成桐数学知识的学习为主线进行考察,主要目的是帮助读者领会后面介绍的丘先生的治学之道。

(一) 兴趣与求知欲

少年的丘成桐活泼好动,还没有显露出对数学等学科有明显兴趣。“我年少时并不喜欢读书,在香港元朗的平原上嬉戏玩耍,也在沙田的山丘和海滨游戏,甚至逃学半年之久。真可谓徜徉于山水之间,放浪形骸之外。”^③,丘先生回忆刚入中学时的自己时如是说。

进入初二,“数学这时进入了平面几何的学习,我开始有兴趣去研究,我对数学的兴趣就是从那时候开始培养起来的,愿意花较多的功夫去读”^④,“老师们循循善诱,使我对数学兴趣盎然,欲罢不能……”^⑤丘成桐对于数学的兴趣由此生发,而这种兴趣在高中不断加深,直至进入大学。“对数学真正开始有很大的兴趣是大学一年半的时候,因为开始学到很多不同的东西,有比较自由的想法。”^⑥从丘先生后面的人生轨迹可以看出,这种对多方面的事物

^①刘克峰,季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江:浙江大学出版社,2006:123.

^②刘克峰,季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江:浙江大学出版社,2006:2.

^③黄泽林.丘成桐传[M].江苏:江苏人民出版社,2014:45.

^④刘克峰,季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江:浙江大学出版社,2006:8-9.

^⑤黄泽林.丘成桐传[M].江苏:江苏人民出版社,2014:54.

^⑥刘克峰,季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江:浙江大学出版社,2006:25.

的兴趣为之后他构建各个研究领域之间的桥梁起到了重要作用。

（二）广泛的阅读——融会贯通的基础

阅读伴随兴趣而生。在高中阶段，丘成桐的数学学得很好，良好的数学基础为他阅读拓展书籍提供了前提条件。“在这段时间里，我花了很多时间阅读参考书。当时外文的参考书并不多，唯一的方法就是托朋友从中国台湾带回来。当时并不怎么懂，但是读了一下，觉得很有意思。尤其是参考书上的问题，虽然考试不考，不怎么实用，但对照起课本的问题，觉得很有意思。”^①

1969年，在萨列弗博士的推荐下，丘成桐来到美国加州大学伯克利分校开始了研究生阶段的学习。“当时我就想多看一点有什么学问、什么东西可学，所以参加了很多不同的课……我花很多功夫去学，慢慢对整个的数学有了比较确定的观点，知道要学些什么东西。开始想：对自己来讲，什么东西比较重要一点？”^②

这里用丘先生一篇文章《学数甘苦谈》中的话作为总结：“书读的愈多，我便渐渐地把所得的融会贯通。当需要用到某些概念时，以前不甚了解的，现在突然都变得一清二楚，明白不过。”^③

（三）深入的阅读——提出问题的能力

阅读必然会带来疑问，这可能是对书中问题的不解，也可能是对书中问题的延伸性思考。解决问题的能力固然重要，但是训练寻找问题的能力似乎更重要，因为这决定了你能够研究的问题的高度。

丘成桐从伯克利大学的第一个学期中段开始，便开始读更多的书。“看书的时候我同时思考微分几何的问题，不仅把书上的题做完了，还解决了许多自己提出的问题。当时看的书并不都是微分几何的书，不过从那里也可以引申出一些几何上的问题。我跟当时教课的老师讨论，后来合作发表了一篇文章，这篇文章也成了我博士论文的主要内容。”^④

（四）全神贯注的努力

丘成桐在香港中文大学的老师萨拉夫博士曾在一封信中这样评价他：“检验年轻人数学天赋的一个标准就是他们在通过推理解决一个问题的过程中能够集中自己注意力的能力……丘可能是我所接触到的学生和数学家中具有上述特征的最典型的一个了。”^⑤

^①刘克峰，季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江：浙江大学出版社，2006：9.

^②刘克峰，季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江：浙江大学出版社，2006：26.

^③刘克峰，季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江：浙江大学出版社，2006：21.

^④刘克峰，季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江：浙江大学出版社，2006：26.

^⑤刘克峰，季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江：浙江大学出版社，2006：127.

丘先生也回忆说，“老实讲我当时（在斯坦福大学工作时）很用功，做学问不用功不行……我去斯坦福也不晓得去到那边会怎么样，不过在一个安静的地方，能够坐下来慢慢地想问题是很重要的。当时主要是没有什么其他的杂想，全心在读书，想做学问的事情。”^①

四、丘先生的治学之道

毫不夸张地说，丘成桐的治学经历从踏入美国加利福尼亚大学伯克利分校的大门便已经开始。1971年，丘成桐在伯克利分校读研究生二年级，这是对几何已经形成了自己独到的认识。也正是在这一年，他在陈省身教授的指导下完成了博士论文《具有非正曲率的紧致流形上的基本群》。

Web of Science 核心合集里收录了他的最早的和被引最多的两篇均与孙理查合写的论文，《不可压缩的极小曲面，具有非负曲率的三维流形，和广义相对论正质量猜想》以及《广义相对论正质量猜想的证明》^[3,4]。正质量猜想是广义相对论中的重要问题，其内容为：在任何孤立的引力系统里，总质量必然是非负的。这个猜想涉及空间的基本性质，而且本质上是个几何问题。丘成桐与孙理查合作，另辟蹊径，利用了最小曲面这个看似与问题毫无关联的工具，通过这种创新的证明策略以及刻苦的钻研最终证明了正质量猜想。^{[2]122-124}

丘先生的另一重要贡献是证明了代数几何领域的重要猜想——卡拉比猜想。这一猜想的内容是：在封闭的空间，有无可能存在没有物质分布的引力场。在研究这一问题的过程中，丘成桐发明了边界估计这一几何分析技巧，这种重要技巧后来在丘证明上面提到的正质量猜想时也发挥了重要作用。值得注意的是，在最初，丘成桐试图否认这一猜想，即假设这一猜想正确而得出一些结论，再试图说明其中的某些结论违背了假设或公理，从而说明原来的猜想是错误的；然而这条路最终没有成功。也正是由于丘成桐最终证明了卡拉比猜想，之前那些从假定猜想正确而得出的结论成为了定理，由此丘又连带收获了许多重要的结论。^{[2]104-118}

为了更全面地认识丘先生的学术之道，下面从领域交叉融合、热忱与求知精神、创造性与视野以及高屋建瓴的眼光四个方面对其做一个总结。

（一）领域交叉，融合发展

丘先生这样讲他的数学经验：“一个好的数学家至少要掌握两门以上很基本的功夫……不但要学数学上的基本功夫，物理上的基本功夫也要学。”“微分方程与微分几何有密切的关系……各个领域的发展是不可能分开的。”^②事实也不止一次地证明，丘先生之所以能够引领微分几何的发展，并以此为基点深刻影响数学的几乎所有核心学科，与他对数学各个领域广

^①刘克峰，季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江：浙江大学出版社，2006：27.

^②刘克峰，季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江：浙江大学出版社，2006：28-29.

泛而深入的涉猎有密切关系，这使他有得以抓住数学的精髓。

这里有一段描述足以说明这一点：“同时（在伯克利分校的第二年），他并未满足于自己的工作，开始跟随 Morrey 学习非线性微分方程，并着手一个宏伟的计划，就是把分析（特别是非线性微分方程）引入到对于几何结构的理解中来……并将之与代数几何，数学物理等自然的联系起来；他反过来用几何研究非线性微分方程。现代分析的一个分支——几何分析就在那些年里开始生根发芽了。”^①

（二）拥有热忱，践行求知

丘先生在一次演讲中提到：“我想最重要的当然是要有热忱，要有求真的精神，这也是始终要培养的……很多有终身教职的研究人员，没有必要这么拼命，可是很多人还是愿意这样子，我想热忱是重要的原因。”^②丘先生用柳永的诗比喻做学问：“衣带渐宽终不悔，为伊消得人憔悴”。“在追求一个好的命题的时候，中间要花很多功夫，有时候甚至是很痛苦的。可是我们只要晓得，最后的成果是值得的，我们会花很多功夫去做，就像爱情一样。”这也许就是丘先生从未消减的求知精神的体现。^③

丘先生对研究问题选择的随意性也是其热忱与求知精神的一大体现：“过去二十多年，我也花了一些功夫去做应用数学的工作，一方面和金芳蓉在图论上合作，一方面和弟弟成栋研究控制理论，近年来更和顾险峰等合作做图像处理的研究。这些工作都和我从前研究的几何分析有关……”。^④从这里可以看出，领域的拓宽是一种思想的辐射，这种影响将是深远的。

（三）激发创意，拓宽视野

紧承上一小节，领域的拓宽对整个学科体系的完善尤为重要，而参加讲座与讨论班是拓宽视野的重要途径，而只有视野宽广了，在遇到问题时才更有可能迸发出创意的火花。

丘先生曾说：“一个人的思维有限、能力有限，你不可能不靠人家的帮忙……一方面是看文章，听讲座；一方面就是请教名家……”，“要成为一流的科学家，必须为大科学家所熏陶，此点极为要紧……为此之故，凡有科学大师演讲，我都抓住机会，出席细听”。^⑤

（四）眼光长远，高屋建瓴

长远的眼光往往是学术大师最让人难以企及的特质，而这种眼光的形成，非经历学科思考不能办到。学科思考应建立在对该学科广泛而深入的了解的基础上，而且应该是对本学科

^①刘克峰，季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江：浙江大学出版社，2006：130.

^②刘克峰，季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江：浙江大学出版社，2006：11-12.

^③刘克峰，季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江：浙江大学出版社，2006：18.

^④黄泽林.丘成桐传[M].江苏：江苏人民出版社，2014：138.

^⑤刘克峰，季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江：浙江大学出版社，2006：19-22.

以及相关学科冷静、全面、深入的思考；也就是丘先生说的：“在数学上，我们应该有整个的系统的想法，思考整个数学的目的在哪里，应当解决什么样的问题”，“你将整个学问看清楚以后，你就知道什么地方比较关键”^①

以丘先生为例。他拥有扎实而全面的数学学科基础，并且能够深入思考微分几何的系统，这样的思考才能促使他执着于当时只是刚刚兴起的几何分析这门学科，试图将微分方程等分析手段引入微分几何作为解决问题的工具，同时还反过来用几何工具去做分析，从而融会贯通地发展了，其实也是再造了几何分析这门在后来影响广泛深渊的学科。

五、丘先生的为人之道及对丘先生的评价

（一）丘先生的为人之道

受家庭的影响，丘先生的文、史、哲方面亦有很高造诣。值得注意的是，丘先生自己也曾说：“我们从事理论研究，在选择问题时都要有自己的风格……文学、历史、哲学的影响进图自己的潜意识，左右自己的想法……”^②可见，文史哲的思考对于形成数理思维是有很重要的影响的。

必须要提到的一点时，丘先生对中国的数学发展做出了很大的贡献。无论是在中国创办五大数学教学研究机构，还是在国内设立“丘成桐中学数学奖”、“晨兴数学奖”等奖项，都体现了丘先生拳拳的爱国之心与责任担当。除此之外，丘先生还对中外数学交流做出过巨大的努力。

（二）对丘先生的评价

丘成桐先生的成就核心在于领域之间的交叉融合，也就是将一条条分叉的线融会成了一个面。最为精彩之处在于，它不仅实现了数学内部几个重要领域——分析、代数、几何、拓扑之间的沟通，更促进了这些学科和理论物理的前沿学科之间的融合。客观地说，这也顺应了物理的几何化这个大的趋势。

丘先生之所以能够凭借领域交叉做出如此杰出的成就，亮点有二。一是作为基础的广泛而深入的阅读，其中的广泛与深入缺一不可；从细节上说，做习题与延伸性思考亦尤为重要。另一个亮点是丘先生广泛的兴趣背后隐藏着一种善于“沟通与联系”的特质，这对于学科融合的工作极为有利。

值得称道的是，丘先生的文学功底颇为深厚，他可以将对数学和物理的思考融入诗词文赋之中，这与其家庭氛围密切相关，实属难能可贵。

^①刘克峰，季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江：浙江大学出版社，2006：17,27.

^②刘克峰，季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江：浙江大学出版社，2006：7.

参考文献：

- [1] 刘克峰, 季理真.丘成桐的数学人生[M].浙江: 浙江大学出版社, 2006
- [2] 黄泽林.丘成桐传[M].江苏: 江苏人民出版社, 2014
- [3] SCHOEN R, S.-T. YAU. Incompressible Minimal Surfaces, Three-Dimensional Manifolds with Nonnegative ScalarCurvature, and the Positive Mass Conjecture in General Relativity[J]// National Academy of Sciences. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. Washington, DC: Ralph J. Cicerone, 1978: 2567.
- [4] SCHOEN R, S.-T. YAU. On the Proof of the Positive Mass Conjecture in General Relativity [J] // HORNG-TZER YAU. Communications in Mathematical Physics. USA : Springer ,1979 :45-76.